

"Modelo matemático de la producción de la empresa salinerito en la provincia de bolívar"

“Mathematical model of the production of the salinerito company in the bolívar province”

DOI: 10.46932/sfjdv3n6-017

Received in: October 10th, 2022

Accepted in: November 07th, 2022

Carlos Alfredo Sánchez Verdezoto

Magister en Matemática Aplicada

Institución: Unidad Educativa La Magdalena

Dirección: Calle La Merced y Guayas, La Magdalena, Ecuador

Correo electrónico: carlossanzv89@yahoo.es

Carmita del Rocío Sánchez Verdezoto

Magister en Gerencia y liderazgo Educacional

Institución: Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe San Juan Bosco

Dirección: Convención de 1884 e Isidro Ayora, Guaranda, Ecuador

Correo electrónico: carosave99@gmail.com

Mónica Anita Cáliz Verdezoto

Diploma Superior en Gestión y Planificación Educativa

Institución: Unidad Educativa Pedro Carbo

Dirección: Selva alegre y nueve de abril, Guaranda, Ecuador

Correo electrónico: monicanitacaliz@hotmail.com

José Luis Domínguez Caiza

Magíster en Gerencia y liderazgo Educacional

Institución: Universidad Estatal de Bolívar

Dirección: Av. Ernesto Che Guevara, s/n y, Av. Gabriel Secaira Guaranda, Ecuador

Correo electrónico: jdominguez@ueb.edu.ec

RESUMEN

El presente trabajo investigativo es de tipo descriptivo, predictivo y longitudinal con tendencia. El objetivo fue desarrollar un modelo matemático para la producción de la empresa Confites El Salinerito en la provincia Bolívar, a partir de los valores de producción en el periodo de enero 2017 a julio 2020, los datos fueron obtenidos directamente de la empresa. Para alcanzar los objetivos de la investigación se aplicó la metodología propuesta por Box-Jenkins, la cual describe las características de las series de tiempo en términos de tendencia, estacionalidad y estacionariedad; para la estimación de los parámetros, el procesamiento y el análisis de los datos se aplicó el software libre RStudio versión 4.0.1. Se concluyó que el modelo matemático que se ajusta con mayor precisión a los valores de producción de la empresa fue el SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12, el mismo que permitió realizar los pronósticos de la producción mensual para el periodo de agosto 2020 a enero del 2021. También se realizó la comparación de los resultados que arrojan el modelo desarrollado y la metodología que utiliza la empresa para establecer su producción mensual.

Palabras clave: estacionalidad, estacionariedad, cantidad de kilogramos, confites el salinerito, box-jenkins, modelo matemático, producción mensual, pronósticos, series de tiempo, SARIMA.

ABSTRACT

The present investigative work is descriptive, predictive and longitudinal with a tendency. The objective was to develop a mathematical model for the production of the Confites El Salinerito company in Bolívar province, based on the production values in the period from January 2017 to July 2020, the data was obtained directly from the company. To achieve the research objectives, the methodology proposed by Box-Jenkins was applied, which describes the characteristics of the time series in terms of trend, seasonality, and stationarity; For parameter estimation, data processing and analysis, the free software RStudio version 4.0.1 was applied. It was concluded that the mathematical model that best fits the production values of the company was SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12, the same one that allowed forecasts of monthly production for the period from August 2020 to January 2021. The results of the developed model and the methodology used by the company to establish its monthly production were also compared.

Keywords: seasonality, stationarity, number of kilograms, confites el salinerito, box-jenkins, mathematical model, monthly production, forecasts, time series, SARIMA.

1 INTRODUCCIÓN

La investigación está orientada a la construcción de un modelo matemático que permita predecir la producción mensual de la empresa Confites El Salinerito. La metodología estadística seguida para la elaboración del modelo matemático fue la propuesta por Box-Jenkins que comprende de: identificación, estimación, validación y pronóstico.

En la etapa de identificación se verificó la estacionariedad, estacionalidad y la tendencia de la serie de tiempo; también se analizó la prueba de raíz unitaria y los correlogramas para seleccionar los valores de p , q , P , Q que forman a los modelos tentativos.

1.1 MODELOS MATEMÁTICOS

Un modelo matemático es una representación sintetizada de ecuaciones o funciones matemáticas que permiten relacionar dos o más variables de estudio. Mediante un modelo matemático se logra analizar, entender, predecir un fenómeno o las variables que se relacionaron dependiendo de los objetivos planteados por el investigador, en un modelo matemático no deben faltar las variables, los parámetros, las restricciones, la relación entre variables, las representaciones gráficas, (Ogata, 2003).

1.2 SERIES DE TIEMPO

Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones medida en determinados momentos del tiempo, ordenados cronológicamente y espaciados entre sí de manera uniforme. Los modelos de series de

tiempo tienen un enfoque netamente predictivo y en ellos los pronósticos se elaboran sólo con base al comportamiento pasado de la variable de interés (Ríos, 2008). Se distingue dos tipos de modelos de series de tiempo.

Modelos deterministas: Son modelos donde se conoce con certeza los datos y se tiene disponible toda la información necesaria para tomar decisiones.

Modelos estocásticos: También conocido como modelo probabilístico, es un modelo donde el tiempo (t) puede tomar cualquier valor entre 0 y ∞ . La variable t puede tomar su propia función de distribución convirtiéndose en un modelo aleatorio.

Componentes de una serie de tiempo.

En la obra de Ríos (Ríos, 2008) se presentan los componentes de las series de tiempo:

Tendencia (T): Representa el comportamiento predominante de la serie.

Estacionalidad (E): Es un movimiento periódico que se produce dentro de un periodo corto y conocido.

Cíclica (C): Son las oscilaciones que se producen con un periodo superior al año.

Residual o Irregular (R): Son los movimientos originados por fenómenos imprevisibles como huelgas, catástrofes, que afectan a la variable de estudio.

1.2.1 Metodología de Box-Jenkins

En la publicación de George Box y Gwilym Jenkins titulada “Times series analysis forecasting and control” se da a conocer un conjunto de herramientas de predicción cuyo procedimiento se llamó metodología de Box-Jenkins, conocido también como modelo autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA) (Coba, 2017).

Este método de predicción consiste en encontrar un modelo matemático que represente el comportamiento de una serie temporal de datos y realice pronósticos introduciendo únicamente el periodo de tiempo correspondiente (Jiménez, Gázquez, & Sánchez, 2006).

Para Jiménez, Gázquez & Sánchez (Jiménez, Gázquez, & Sánchez, 2006), la notación de los modelos ARIMA es la siguiente:

$$\text{ARIMA (p, d, q)} \quad (1)$$

donde:

p es el número de autorregresivos (AR),

d es el número de diferencias para que la serie sea estacionaria y

q es el número de medias móviles (MA).

La ecuación de los modelos ARIMA con dependencia regular es la siguiente:

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde:

Y_t es la variable dependiente,

ε_t es un proceso de ruido blanco,

$\varphi_1, \dots, \varphi_p, \theta_1, \dots, \theta_q$ son los parámetros del modelo (Rob & Athanasopoulos, 2018).

Los modelos ARIMA también sirven para modelar datos estacionales. Un modelo ARIMA estacional o SARIMA se forma al incluir términos estacionales en el modelo (Villavicencio, 2018).

En el documento de Villavicencio (Villavicencio, 2018) la estructura del modelo SARIMA es:

$$\text{SARIMA } (p, d, q)(P, D, Q)m \quad (3)$$

donde:

(p, d, q) modela la dependencia regular de la serie,

(P, D, Q) modela la dependencia estacional de la serie,

m es el periodo estacional de la serie.

También menciona que la ecuación de un modelo SARIMA es:

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \Phi_1 Y_{t-s} + \dots + \Phi_p Y_{t-ps} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} - \dots - \Theta_1 \varepsilon_{t-s} - \dots - \Theta_q \varepsilon_{t-qs} + \varepsilon_t \quad (4)$$

donde:

Y_t es la variable dependiente,

$\varphi_1 Y_{t-1} + \dots + \varphi_p Y_{t-p}$ representa la parte estacionaria AR (p),

$\Phi_1 Y_{t-s} + \dots + \Phi_p Y_{t-ps}$ representa la parte estacional del modelo SAR (P),

$\theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$ representa la parte estacionaria en medias móviles MA (q),

$\Theta_1 \varepsilon_{t-s} - \dots - \Theta_q \varepsilon_{t-qs}$ representa la parte estacional en medias móviles SMA (Q) y

$\varphi_1, \dots, \varphi_p, \Phi_1, \dots, \Phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \Theta_1, \dots, \Theta_q$ son los parámetros del modelo.

1.2.2 Procedimiento de la metodología Box-Jenkins

Las etapas que se debe seguir para la elaboración de un modelo ARIMA, con el fin de realizar pronósticos son las siguientes.

Etapa 1. Identificación

En la identificación del modelo se determina si la serie es estacionaria, para ello se utiliza el gráfico de la serie, los correlogramas y la prueba de raíz unitaria.

Gráfico de la serie. El análisis visual de la trayectoria de la serie a lo largo del tiempo da una idea de si es o no estacionaria. Si existe un valor en torno al cual va oscilando la serie y no se aleja de forma permanente, entonces se puede considerar que la serie es estacionaria. (Sánchez D. , 2018)

Análisis de los correlogramas. Son las gráficas de las funciones de autocorrelación simple y parcial que ayudan a determinar si una serie es estacionaria. Mediante estos diagramas se puede elegir los parámetros que forman un modelo ARIMA (Coba, 2017).

Función de autocorrelación (acf). Esta gráfica identifica la correlación entre una serie y sus retardos, mediante esta función se determina el orden de las medias móviles del modelo y se representa por $Ma(q)$ (Gonzales, 2009).

Función de autocorrelación parcial (pacf). Con esta gráfica se identifica la correlación entre una variable y sus retrasos que no se explica por rezagos anteriores. Mediante pacf se encuentra el orden de los autorregresivos del modelo y se representa por $AR(p)$ (Gonzales, 2009)

Prueba de raíz unitaria de Dickey Fuller (ADF). Es un procedimiento que ayuda a comprobar la existencia de una raíz unitaria en las series de tiempo. La hipótesis a probar es $H_0: \rho = 1$; para ello se utiliza el siguiente estadístico.

$$t = \frac{\rho - 1}{S / \sqrt{\sum_{t=1}^T Y_{t-1}^2}} \quad (5)$$

donde:

ρ es el coeficiente obtenido de la regresión,

S es el error estándar de la regresión y

Y_{t-1} es la variable desfasada (Sánchez D. , 2018).

Si el valor calculado del estadístico t es menor al valor crítico de Dickey Fuller, se rechaza la hipótesis nula y la serie de tiempo no tiene raíz unitaria y es estacionaria, pero si es mayor al valor crítico no se rechaza la hipótesis, la serie no es estacionaria y será necesario diferenciarla.

El contraste de las hipótesis es:

La hipótesis nula H_0 : hay raíz unitaria (La serie no es estacionaria).

La hipótesis alternativa H_a : no hay raíz unitaria (La serie es estacionaria).

Se rechaza H_0 si $ADF < \text{valor crítico}$

1.3 PROCESO DE DIFERENCIACIÓN

La mayoría de las series temporales no son estacionarias, es decir la media y la varianza no son constantes a lo largo del tiempo y es necesario transformarlas o diferenciarlas para que se conviertan en

estacionarias. Para eliminar la tendencia de una serie aleatoria se utiliza la diferenciación, que consiste en restarle a cada dato el anterior, si la tendencia no se ha eliminado por completo al realizar la primera diferenciación, se realiza una segunda diferencia.

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (6)$$

Etapa 2. Estimación

Una vez identificado el modelo y los valores apropiados de p, d y q, la siguiente fase es la estimación de los parámetros autorregresivos y de promedio de medias móviles que están dentro del modelo.

La estimación de modelos ARIMA es compleja y utiliza algoritmos de optimización no lineales para calcular los valores de los parámetros; para esto se utiliza el método de máxima verosimilitud. Este método maximiza la probabilidad de los parámetros de las funciones de densidad que dependen de la distribución de probabilidad y las observaciones de la muestra (Quesada, 2013).

Una vez realizada la estimación se elegirá el modelo que tenga el error cuadrático medio (ECM), el criterio de información AKAIKE (AIC) y el criterio de información Bayesiano (BIC) más pequeño (Sánchez D. , 2018).

Criterio de información AKAIKE (AIC)

$$AIC = \log \sigma^2 + n + 2k/n \quad (7)$$

donde:

σ^2 es la suma cuadrática de los residuos sobre n,
k es el número de parámetros en el modelo y
n es el número de observaciones.

Criterio de información AKAIKE corregido (AICc)

$$AICc = \log \sigma^2 + n + 2k * n - k - 2 \quad (8)$$

donde:

σ^2 es la suma cuadrática de los residuos sobre n,
k es el número de parámetros en el modelo y
n es el número de observaciones.

Criterio de información Bayesiano (BIC).

$$\text{BIC} = \log \sigma^{k2} + (k * \log n)/n \quad (9)$$

donde:

σ^{k2} es la suma cuadrática de los residuos sobre n,

k es el número de parámetros en el modelo y

n es el número de observaciones

Etapa 3. Validación

En la validación se analiza y se decide si el modelo es estadísticamente adecuado. Para determinar la significancia del modelo se debe comprobar que los residuos se comporten como un ruido blanco y que sigan una distribución normal (Martínez & Chalita, 2011).

Ruido blanco. Es una serie de datos que se caracteriza por tener distribución normal alrededor de una media de valor cero y una varianza constante (Aguirre, 1994).

Las series de tiempo que débilmente están autocorrelacionadas se denominan **ruido blanco, para demostrar que los residuos de una serie se comportan como un ruido blanco se aplica el test de Ljung Box.**

Test Ljung Box (LB). Se usa comúnmente para probar la calidad del ajuste de un modelo de series de tiempo. Si no se encuentra una autocorrelación significativa en los residuos del modelo, entonces se declara que los residuos se comportan como un ruido blanco.

Quesada (Quesada, 2013) define al estadístico Ljung-Box de la siguiente manera:

$$Q = n(n + 2) \sum_{h=1}^m \frac{\rho_h^2}{n - r} \quad (10)$$

donde:

Q es el estadístico que se distribuye como una ji-cuadrada.

ρ_h es el coeficiente de autocorrelación de los residuos estimados,

n es el número de valores de la serie y

r es el número de parámetros estimados.

El contraste de las hipótesis es:

Ho: Los datos se distribuyen de forma independiente (existe ruido blanco).

Ha: Los datos no se distribuyen de forma independiente (no existe ruido blanco).

Si el p-value calculado del estadístico es mayor que el nivel de significancia prefijado (0,05) de **Ljung Box, no se rechaza la hipótesis nula y existe ruido blanco.**

Test de Jarque Bera (JB) para la normalidad. Es una prueba de bondad de ajuste que comprueba si una muestra de datos tiene la asimetría y la curtosis de una distribución normal. Esta prueba estadística se define como:

$$JB = n \left[\frac{A^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right] \quad (11)$$

donde:

n es el tamaño de la muestra,

A es la asimetría,

K es la curtosis.

El contraste de las hipótesis es:

Hipótesis nula H_0 : se distribuyen de forma normal.

Hipótesis alternativa H_a : no se distribuye de forma normal

La hipótesis nula de normalidad se rechaza cuando $JB > JB_{crítica}$. (Muñoz, Muñoz, & Sánchez, 2019)

Si se determina que el modelo elegido es el adecuado se puede calcular las predicciones. Caso contrario se estudia el comportamiento de los residuos estimados que ayudan a identificar un nuevo modelo y se vuelve a la etapa 1 repitiendo todo el proceso (Quesada, 2013).

Etapa 4. Pronóstico

Una vez determinado que la serie de tiempo es estacionaria, cumple los requisitos de varianza, autocorrelación y normalidad, se tendrá un modelo ARIMA adecuado. Con el modelo estimado y comprobada la bondad de ajuste, se llevan a cabo los pronósticos para uno o varios periodos.

2 METODOLOGÍA

Para el desarrollo metodológico de la investigación se consideró el método mixto estudio de caso es, según la definición de Yin (1994, pág. 13), “una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto de la vida real, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes. (...) Una investigación de estudio de caso trata exitosamente con una situación técnicamente distintiva en la cual hay muchas más variables de interés que datos observacionales; y, como resultado, se basa en múltiples fuentes de evidencia, con datos que deben converger en un estilo de triangulación; y, también como resultado, se beneficia del desarrollo previo de proposiciones teóricas que guían la recolección y el análisis de datos.” Finalmente, con instrumento se seleccionó la elaboración de una encuesta para su aplicación en 115 estudiantes de la Unidad Educativa Intercultural Bilingüe “San Juan Bosco” de la Provincia de Bolívar, Cantón Guaranda, Ecuador.

3 RESULTADOS

Para la construcción del modelo matemático se utilizó los valores históricos de producción de la empresa Confites El Salinerito en el periodo de enero 2017 a julio 2020. La estructura de los valores históricos se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 1. Estructura de la base de datos

Variables		Características			
Tiempo (meses)	chr [1:43]	Enero	Febrero	Marzo	Abril...
Cantidad de kilogramos producidos	num [1:43]	5956	8543	7645	7893...
Cantidad de kilogramos vendidos	num [1:43]	5432	6341	10945	9578...

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la tabla 1 se presentan las variables y sus características. Cada variable consta de 43 datos, el tiempo es una variable de tipo categórica medida en meses y las variables cantidad de kilogramos producidos y cantidad de kilogramos vendidos son de tipo numérico; para el diseño del modelo matemático se emplea la metodología de Box-Jenkins, en donde la variable independiente es el tiempo y la variable dependiente es la cantidad de kilogramos producidos.

3.1 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA BOX-JENKINS

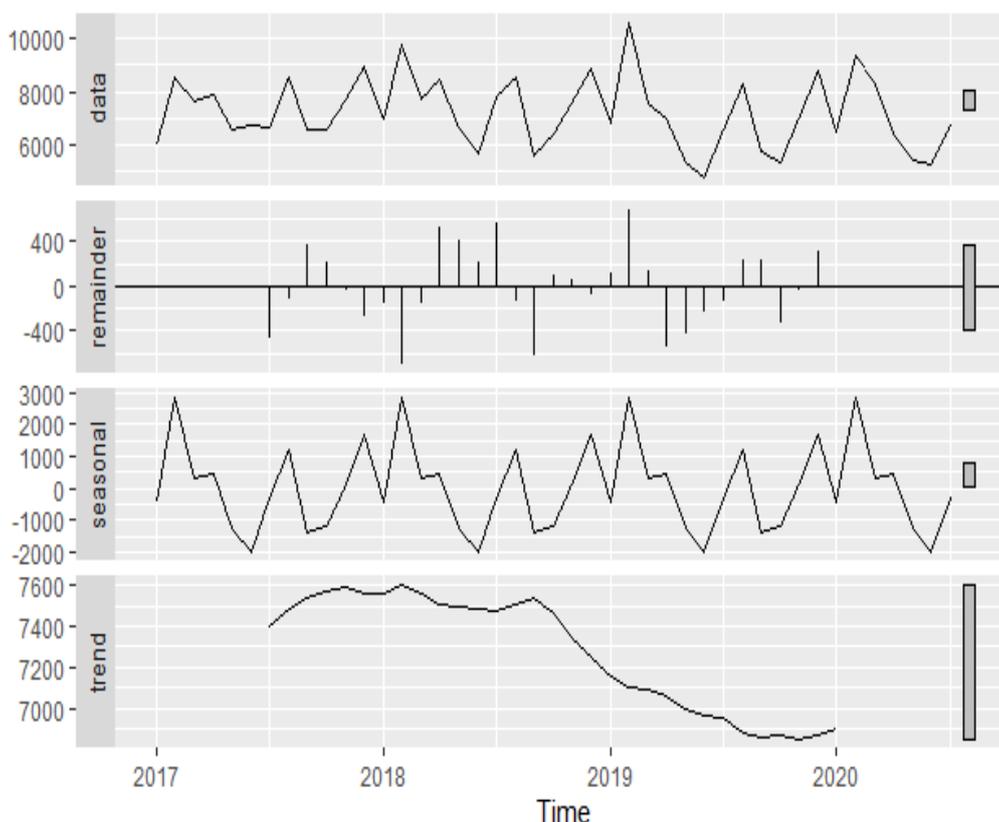
3.1.1 Identificación del modelo

3.1.1.1 Componentes de los valores de producción históricos.

Una forma de identificar la tendencia, estacionalidad y estacionariedad de una serie de tiempo es a través de sus componentes. Por tal razón, se determina y se presenta los componentes de los valores históricos de la producción mensual de la empresa en el periodo enero 2017 a julio 2020.

La figura 4 está compuesta por cuatro gráficos: el comportamiento de los valores de producción, los residuos, la estacionalidad y la tendencia. En el primer gráfico se observa el comportamiento y la información sobre los ciclos de la serie de los valores de producción. Dentro del gráfico de los residuos se identifica que la varianza no es constante en el tiempo, por tal motivo los valores históricos no son estacionarios; en el gráfico de la estacionalidad se aprecia que existe un patrón estacional que se repite cada 12 meses. Por último, en el cuarto gráfico se observa la tendencia de los valores de producción y tienen un comportamiento decreciente. Esta tendencia decreciente indica que los valores históricos no son estacionarios.

Figura 4. Componentes de los valores históricos
CANTIDADES DE KILOGRAMOS PRODUCIDOS



Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

3.2 PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA EN LOS VALORES HISTÓRICOS

Para realizar la prueba de raíz unitaria y verificar si una serie de tiempo es estacionaria se aplica el test de Dickey-Fuller aumentada. Esta prueba estadística utiliza un nivel de significancia del 5% con un contraste de hipótesis:

$H_0: p\text{-value} > 0,05$ no existe estacionariedad.

$H_a: p\text{-value} < 0,05$ existe estacionariedad.

Tabla 2. Test de Dickey–Fuller Aumentada.

Test de Dickey-Fuller Aumentada			
data: produce			
Dickey-Fuller	t= -3,1634	Lag order = 3	p-value = 0,1141
alternative hypothesis:	stationary		

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la tabla 2 se observa que el p-value del estadístico de Dickey–Fuller aumentada es de 0,1141 y es superior al nivel de significancia prefijado de 0,05 por lo que se concluye que los valores históricos de producción no son estacionarios y presentan raíz unitaria. Por lo que se hace necesario transformarlos u

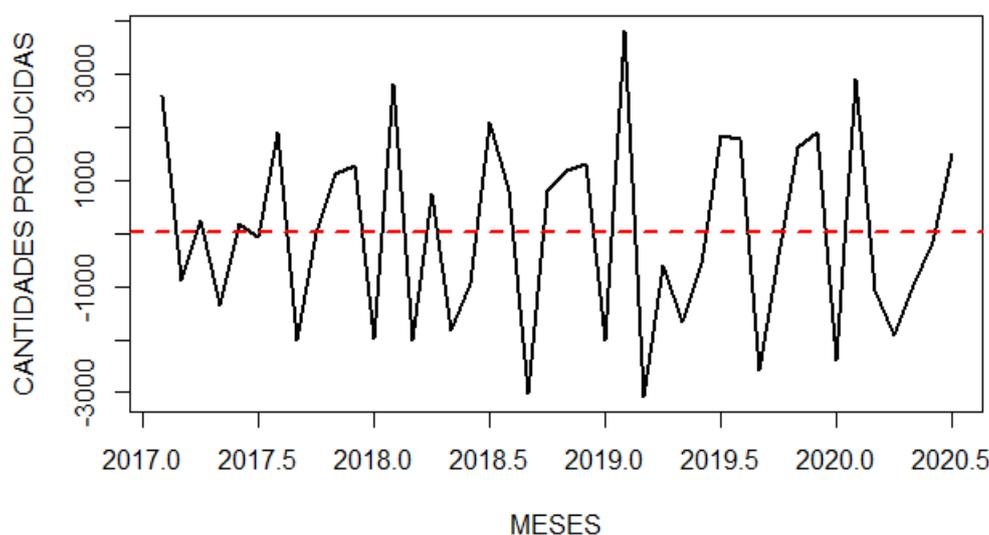
diferenciarlos para volverlos estacionarios y así aplicar la metodología de Box-Jenkins. Con el comando `ndiffs` se identifica el número de diferencias que se debe aplicar para obtener una serie estacionaria y con el comando `nsdiffs` se identifica el número de diferencias que debe llevar en la parte estacional.

En la figura 4 y la tabla 2 se determina que los valores históricos de producción no son estacionarios, por lo tanto, es necesario aplicar una primera diferencia para volverlos estacionarios. La serie diferenciada se presenta en la siguiente figura:

En la figura 5 se observa el comportamiento de los valores históricos de producción de la empresa con una primera diferencia, donde el valor de la media es 0 y la varianza está comprendida entre -3000 y 3000, con lo cual se verifica que la media y la varianza permanecen constantes a lo largo del tiempo. También podemos decir que los valores diferenciados no presentan signos de tendencia y por ende son estacionarios.

Para verificar si los valores históricos de producción con una primera diferencia son estacionarios, es necesario aplicar nuevamente el test de Dickey-Fuller Aumentada.

Figura 1. Comportamiento de los valores con la primera diferencia
PRODUCCIÓN EN KILOGRAMOS



Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito.

En la tabla 3 se observa que el p-value del estadístico de Dickey-Fuller aumentada es de 0,0165 y es menor al nivel de significancia del 0,05, por tal razón los valores diferenciados son estacionarios y la serie de valores de producción no presenta raíz unitaria. Una vez conseguido que los valores históricos de producción cumplan con la estacionariedad, el siguiente paso es determinar los valores adecuados (p, d, q) (P, D, Q) m que forman el modelo.

Tabla 3. Test de Dickey –Fuller Aumentada con una primera diferencia

Test de Dickey-Fuller Aumentada		
data: produce		
Dickey-Fuller = - 4,0687	Lag order = 3	p-value = 0,0165
alternative hypothesis: stationary		

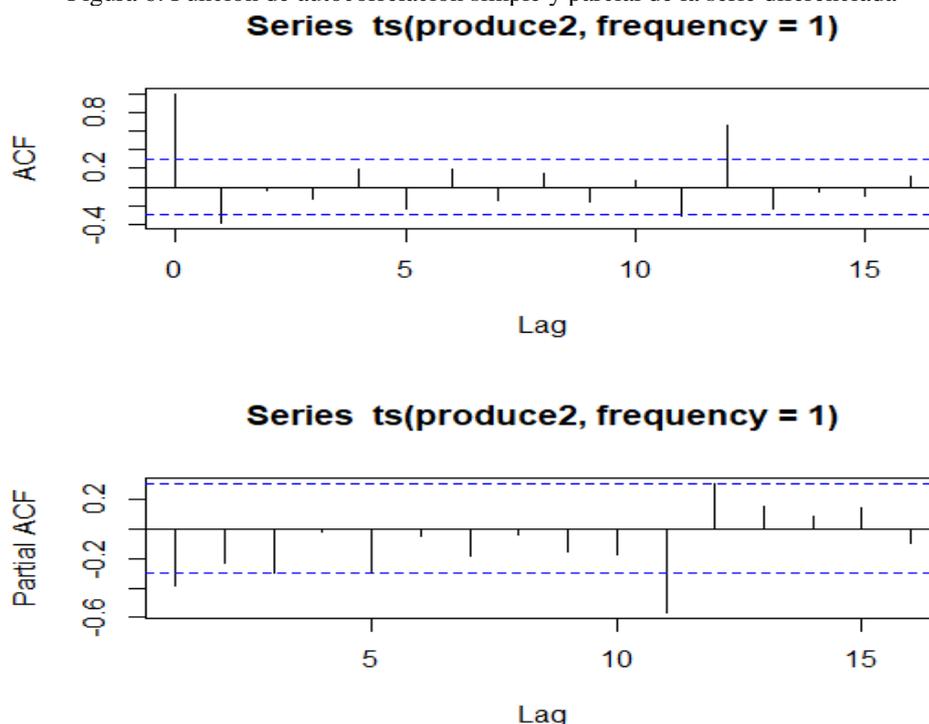
Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confitos El Salinerito

3.3 CORRELOGRAMAS DE LA SERIE HISTÓRICA DIFERENCIADA

Para determinar los valores adecuados de (p, d, q) (P, D, Q) m, se utiliza la función de autocorrelación simple (acf) y la función de autocorrelación parcial (pacf). En la siguiente figura se muestra el comportamiento de las funciones de autocorrelación simple y parcial con una primera diferencia.

En la figura 6 se presentan los correlogramas de las funciones de autocorrelación simple y parcial. En la función de autocorrelación simple (acf) se observa que existen dos rezagos significativos, por lo que se sugiere implementar un modelo estacional que tenga una media móvil de orden $Q=1$ o $Q=2$. Mientras en la función de autocorrelación parcial (pacf) se visualiza que existe un rezago significativo y se propone un modelo estacional que tenga un autorregresivo de orden $P=1$. Según las funciones acf y pacf debemos ajustar los modelos con un orden $p > 0$ y $q > 0$ para el comportamiento estacionario de la serie, a partir de esto los valores sugeridos para p y q que debe contener el modelo SARIMA es una media móvil de orden $p=1$ y un autorregresivo de orden $q=1$.

Figura 6. Función de autocorrelacion simple y parcial de la serie diferenciada



Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confitos El Salinerito

3.4 MODELOS TENTATIVOS IDENTIFICADOS

A través de las funciones acf y pacf se determina seis modelos tentativos. Para seleccionar el modelo adecuado se utiliza el valor del error cuadrático medio (ECM) y también los valores de los criterios de información AKAIKE (AIC) y Bayesiano (BIG). A continuación, se presenta los seis modelos seleccionados.

En la tabla 4 se encuentra el resumen de los seis modelos seleccionados. Para determinar el modelo que se ajusta con mayor exactitud a los valores de producción, se elige el modelo que tiene el error cuadrático medio (ECM), el criterio de información AKAIE (AIC) y el criterio de información Bayesiano (BIC) más pequeño. Al realizar la comparación entre los modelos tentativos se concluye que el mejor modelo según ECM, AIC y BIC es el Mod6 SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1)₁₂, formado por una media móvil tanto en la parte estacionaria como en la parte estacional, por un regresor en la parte estacionaria y en la parte estacional, contiene una diferenciación y un periodo de estacionalidad de 12.

La siguiente tabla presenta el resumen del modelo SARIMA elegido.

Tabla 4. Modelos tentativos

Nº	Modelos	ECM	AIC	BIG
Mod1	AUTOARIMA (0,0,0) (0,1,0) ₁₂	582249	501,49	502,92
Mod2	SARIMA (2,1,2) (1,1,1) ₁₂	525817	493,69	503,50
Mod3	SARIMA (1,1,2) (1,1,1) ₁₂	495420	491,98	500,38
Mod4	SARIMA (2,1,1) (1,1,1) ₁₂	543789	492,27	500,67
Mod5	SARIMA (0,1,0) (1,1,1) ₁₂	592758	497,21	501,41
Mod6	SARIMA (1,1,1) (1,1,1) ₁₂	488744	491,04	498,05

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la tabla 5 se observa la información del modelo seleccionado, donde se identifica los coeficientes del modelo, el error estándar de cada coeficiente, el error cuadrático medio, los criterios de información AKAIKE, Bayesiano y los errores de entrenamiento del modelo. El modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1)₁₂ será sometido a pruebas de validación.

Tabla 5. Resumen del modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1)₁₂

SARIMA (1,1,1) (1,1,1) ₁₂						
	arl	mal	sarl	sma1		
Coefficientes	0,1132	- 0,7768	0,5549	- 0,9999		
Error estándar Coef.	0,2595	0,1881	0,3311	0,6251		
ECM = 488744:	Probabilidad de registro = - 240,52					
AIC = 491,04	AICc = 493,54		BIC = 498,05			
Medidas de error en el conjunto de entrenamiento:						
ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
-97,13	543,61	359,45	-1,95	5,34	0,5975	-0,030

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

3.5 ESTIMACIÓN DEL MODELO

Para la estimación de los parámetros del modelo seleccionado se emplea el software libre RStudio que utiliza la estimación de máxima verosimilitud. Aplicada esta herramienta informática se identifica los coeficientes estimados, el error estándar de cada coeficiente, el estadístico z y la probabilidad del estadístico z, como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 6. Estimación del modelo ARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1)₁₂

Parámetro	Coefficientes	Error estándar	Estadístico z	Probabilidad
ar1	0,1132	0,2595	2,4364	0,0066253
ma1	- 0,7768	0,1881	-4,1298	0,0000363
sar1	0,5549	0,3311	3,6756	0,0009381
sma1	- 0,9999	0,6251	-2,5956	0,0011050

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la tabla 6 se presenta la estimación de los parámetros del modelo. Se observa que la probabilidad de cada parámetro es inferior a 0,05, por tal razón se concluye que los parámetros son significativos y sirven para formar la ecuación del modelo.

Según la ecuación 4, el modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1)₁₂ se define de la siguiente forma:

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \Phi_1 Y_{t-12} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_1 \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t$$

donde:

Y_t es la cantidad de kilogramos producidos mensualmente,
 $\varphi_1, \Phi_1, \theta_1, \Theta_1$ son los parámetros estimados del modelo y
 ε_t es el proceso de ruido blanco.

Reemplazando los coeficientes estimados del modelo según la tabla 6 la ecuación de pronósticos estimada se expresa de la siguiente forma:

$$\Delta Y_t = 0,1132Y_{t-1} + 0,5549Y_{t-12} + 0,7768\varepsilon_{t-1} + 0,9999\varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t$$

3.6 VALIDACIÓN DEL MODELO

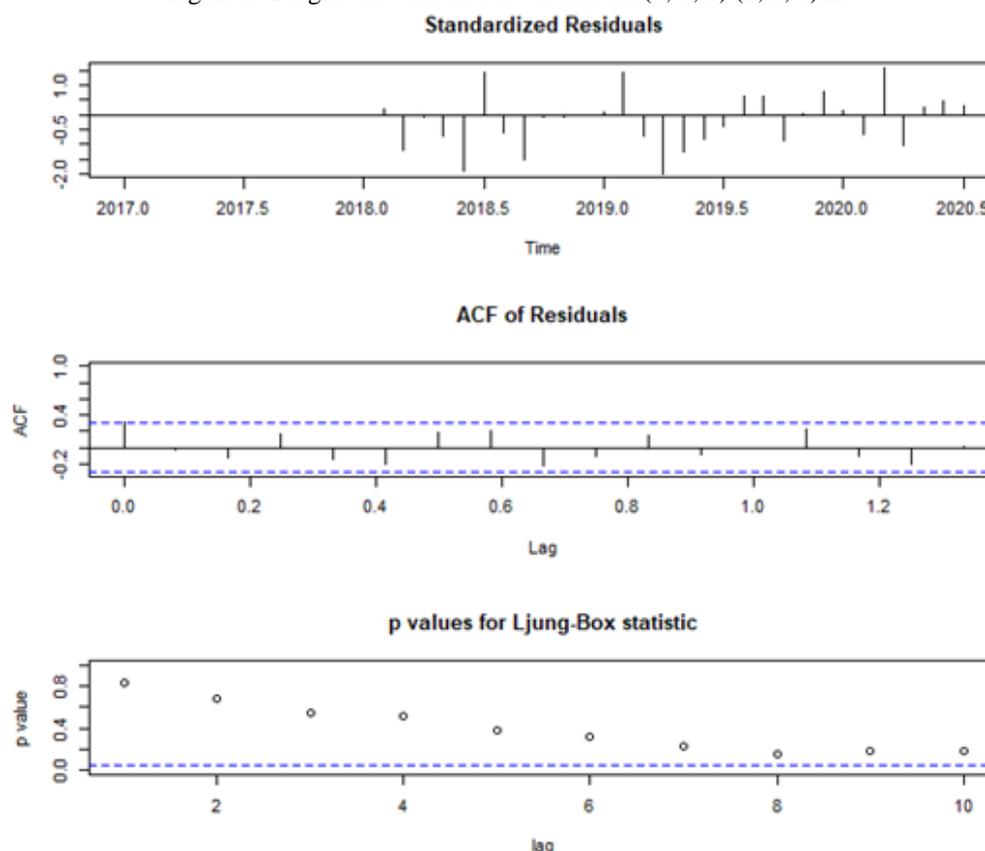
Realizada la estimación la siguiente etapa es validar el modelo. Dentro de esta etapa se utiliza el diagnóstico del modelo, gráfico de los residuos, prueba de Jarque Bera y el test de Ljung-Box. A continuación, se presenta la figura del diagnóstico del modelo.

En la figura 7 se observa los errores estandarizados, la función de autocorrelación acf de los residuos y p-value del test de Ljung-Box. En el gráfico de los errores estandarizados se observa el comportamiento de los residuos del modelo. En la gráfica de la función acf se visualiza que no existe una correlación significativa en los residuos, su valor es pequeño y los retardos están dentro de la banda de

confianza. Por último, en el gráfico del p-value de Ljung-Box se nota que los errores del modelo están por arriba del nivel de significancia del 0,05 y se afirma que los residuos se comportan como ruido blanco.

De igual manera se presenta el gráfico de los residuos del modelo para determinar si los datos de la serie son aleatorios y los residuos generan un ruido blanco.

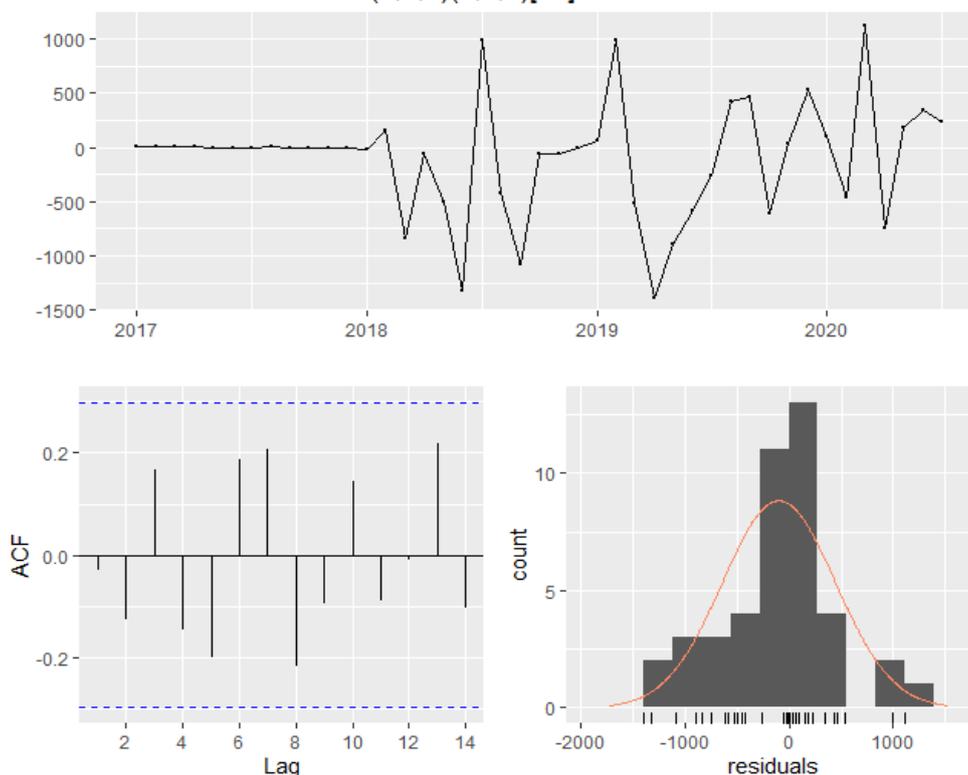
Figura 2. Diagnóstico del modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1)12



Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la figura 8 se visualiza tres gráficos. El primer gráfico presenta el comportamiento de los residuos que generan un ruido blanco. En el segundo gráfico se observa la función de acf de los residuos, evidenciando que ningún retardo es significativo y están dentro de los intervalos de confianza, por tal razón se concluye que los datos de la serie son aleatorios. Por último, en la tercera gráfica se observa el histograma y la curva de la distribución normal, donde se evidencia que los residuos se distribuyen de manera normal.

Figura 3. Gráfico de los residuos del modelo
Residuals from ARIMA(1,1,1)(1,1,1)[12]



Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

También se aplica las pruebas estadísticas como: el Test de normalidad Jarque Bera y el Test de ruido blanco Ljung- Box. Para comprobar que los residuos siguen una distribución normal se aplica el test de normalidad Jarque Bera que utiliza un nivel de significancia prefijado del 5% con un contraste de hipótesis:

Ho: $p\text{-value} > 0,05$ Existe normalidad.

Ha: $p\text{-value} < 0,05$ No existe normalidad.

Tabla 7. Test de normalidad Jarque Bera

Test Jarque Bera		
data: residuos (mod2)		
X-squared = 0,85146,	df = 2,	p-value = 0,6533

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la tabla 7 se presenta el test de normalidad Jarque Bera, donde se observa que el p-value es igual a 0,6533 y es superior al nivel de significancia del 0,05. Por lo tanto, se afirma que los residuos del modelo siguen una distribución normal.

Para verificar si los residuos del modelo se comportan como un ruido blanco se aplica el Test Ljung-Box con un nivel de significancia de 5% con un contraste de hipótesis:

Ho: p-value > 0,05 Existe ruido blanco.

Ha: p-value < 0,05 No existe ruido blanco.

Tabla 8. Test de ruido blanco Ljung-Box

Test Ljung- Box		
data: residuals(mod2)		
X-squared = 0,041806,	df = 1,	p-value = 0,838

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la tabla 8 se observa que el p-value del estadístico Ljung-Box tiene un valor de 0,838 y es superior al nivel de significancia prefijado del 0,05; por tal razón, se afirma que existe ruido blanco en los residuos.

Con los resultados de las pruebas estadísticas aplicadas al modelo elegido se concluye que está bien ajustado y es el adecuado para realizar la predicción de la cantidad de kilogramos a producirse mensualmente.

3.7 VALIDACIÓN DE LOS PRONÓSTICOS

Con el modelo validado es necesario medir la calidad de predicción realizada, para esto se divide a la muestra en dos partes el entrenamiento y testeo. Con el entrenamiento se realiza el pronóstico y el testeo sirve para realizar las comparaciones. En la siguiente tabla se presenta la validación de los pronósticos.

Tabla 9. Valores de entrenamiento y testeo

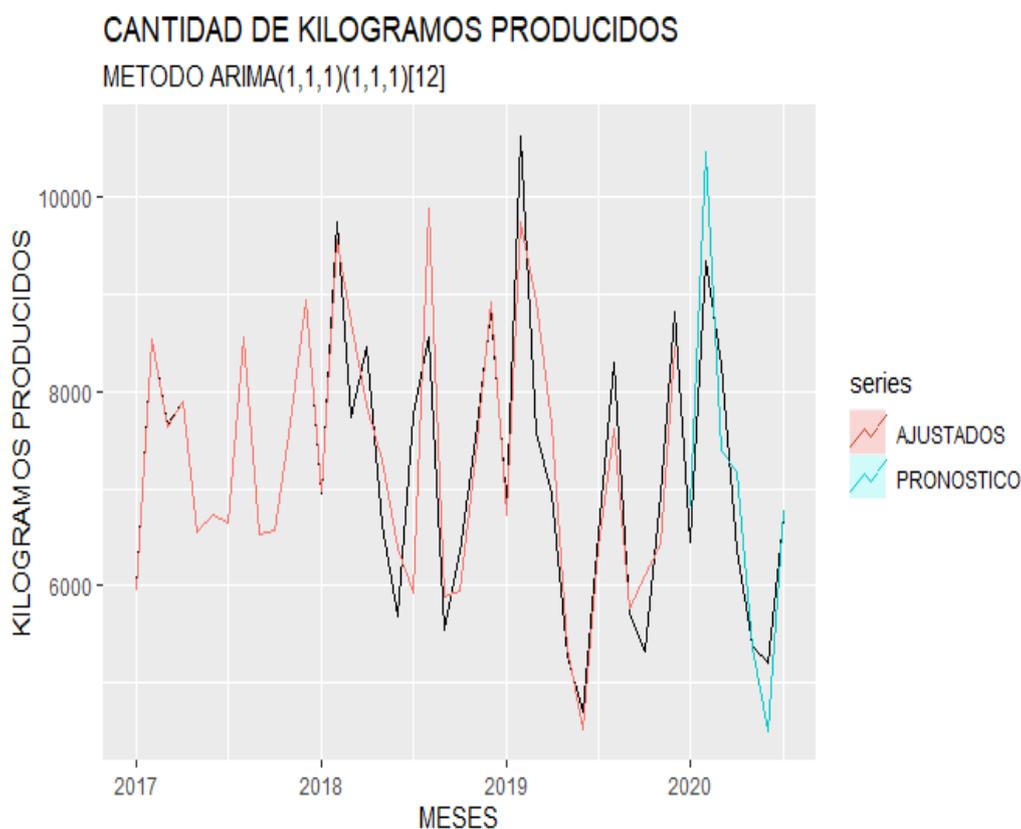
Meses	Valor real (kg)	Valor pronosticado (kg)
Enero 2020	6451	6814
febrero 2020	9343	10480
Marzo 2020	8281	7396
Abril 2020	6362	7166
Mayo 2020	5382	5363
Junio 2020	5205	4501
Julio 2020	6702	6777
Promedio	6818	6928

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la tabla 9 se presenta los valores reales y los valores pronosticados. Para la validación de los pronósticos se realiza una comparación entre los valores de testeo (valores reales) con los de entrenamiento (valores pronosticados) evidenciándose que no existe una marcada diferencia entre ellos. Según el promedio del entrenamiento y testeo, los valores pronosticados exceden en un 1,61% a los valores reales, este porcentaje nos indica que los pronósticos exceden en 110 kg a los reales, entonces se dice que el modelo planteado está bien ajustado y es el adecuado para realizar pronósticos para un periodo de corto plazo.

Para entender el comportamiento de los pronósticos se presenta el gráfico de los valores reales y los valores pronosticados.

Figura 9. Valores de entrenamiento y testeo



Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la figura 9 se observa el comportamiento de los valores reales y los valores pronosticados, donde la línea de color rojo representa el entrenamiento de la serie, la línea de color negro simboliza los valores reales de la serie y la línea de color turquesa representa el pronóstico realizado por el modelo. Se evidencia que la línea de los valores pronosticados es semejante a la línea de los valores reales, por tal razón se afirma que el modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12 se ajusta con mayor exactitud a los valores históricos de producción y es el adecuado para realizar pronósticos.

3.8 PRONÓSTICO

Una vez validado el modelo la última etapa es realizar el pronóstico de la cantidad de kilogramos producidos mensualmente por la empresa en un periodo de agosto 2020 a enero 2021. En la siguiente tabla se presenta el pronóstico de la producción de la empresa para un semestre.

Tabla 10. Pronóstico de la cantidad de kilogramos producidos

Meses	Media de Pronóstico (kg)	Límite inferior con el 95%	Límite superior con el 95%
Aug 2020	8223	6733,864	9713,71
Sep 2020	5691	4119,06	7263,05
Oct 2020	5458	3838,42	7077,33
Nov 2020	6939	5275,89	8601,25
Dic 2020	8668	6963,21	10372,54
Ene 2021	6314	4575,60	8053,96

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

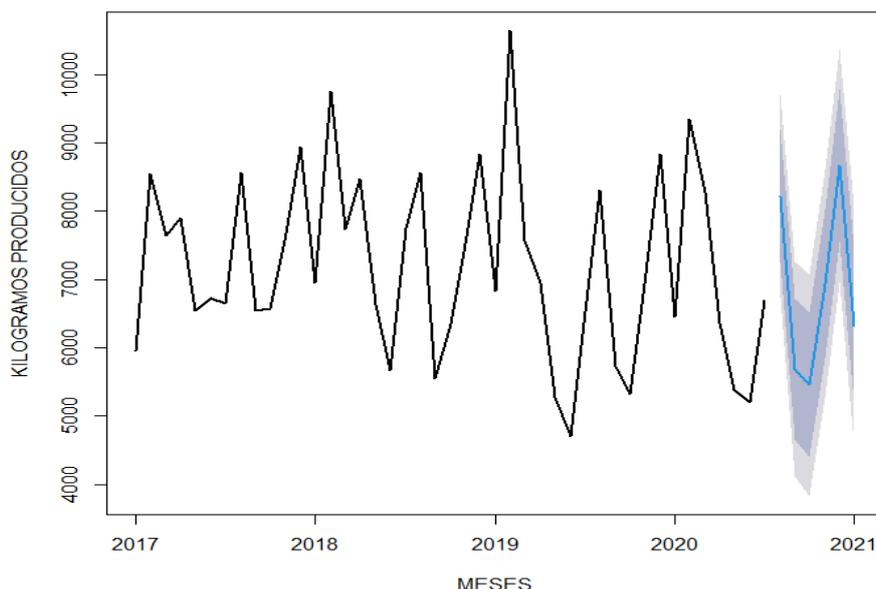
En la tabla 10 se observa la media de los pronósticos y los intervalos de confianza de la parte superior e inferior con un nivel de significancia del 95%. La producción que la empresa debe realizar para el periodo agosto 2020 a enero 2021 es: en agosto 8223 kg con un límite inferior de 6733,864 kg y superior de 9713,71 kg, para septiembre 5691 kg con un intervalo de 4119,06 kg a 7263,05 kg, en octubre 5458 kg con un límite inferior de 3838,42 kg y superior de 7077,33 kg, para noviembre 6939 kg con un intervalo de 5275,89 kg a 8601,25 kg, en diciembre 8668 kg con un límite inferior de 6963,21 kg y superior de 10372,54 kg, por último en enero 6314 kg con un intervalo de 4575,60 kg a 8053,96 kg.

También se observa que los meses más productivos de la empresa son agosto y diciembre. Al tener una relación directa con las ventas se puede argumentar que la empresa aumenta la producción debido a que en esos meses existe mayor demanda, mientras el mes de octubre es uno de los meses que hay un decrecimiento en su producción. En base a esta información la empresa puede tomar una decisión para mejorar su productividad y de esa manera mantener una producción regular en todos los meses del año.

Para observar el comportamiento de los pronósticos realizados se presenta la siguiente figura:

Figura 10. Comportamiento de los pronósticos del modelo SARIMA.

**PRONÓSTICO DE LA CANTIDAD DE KILOGRAMOS PRODUCIDOS
MÉTODO SARIMA(1,1,1)(1,1,1)12**



Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la figura 10 se observa el comportamiento de los pronósticos. La línea azul simboliza la media de producción, el color gris oscuro representa la cantidad de producción con un nivel de significancia del 85% y el color gris claro representa la cantidad de producción con un nivel de significancia del 95%. En la tabla 10 y figura 10 se visualiza que el mes de octubre tiene una caída en la producción, pero agosto y diciembre son los meses donde la empresa tiene una producción alta. También se observa que las predicciones se asemejan a la serie de tiempo real histórica según los meses pronosticados. Entonces se concluye que la empresa produce más en el mes de diciembre, agosto y noviembre, mientras en los meses de septiembre y enero tiene una producción media y por último en octubre es el mes donde la empresa produce en menor cantidad.

3.9 COMPARACIÓN ENTRE LA PRODUCCIÓN Y LAS VENTAS

Al conocer que la empresa realiza los pronósticos de su producción en base a las ventas realizadas se vuelve necesario predecir la cantidad de kilogramos vendidos, para ello se utiliza el modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12 con el objetivo de comparar y observar el comportamiento de las predicciones realizadas. En la siguiente tabla se presenta el pronóstico de la cantidad de kilogramos vendidos.

Tabla 11. Pronóstico de kilogramos producidos y vendidos

Meses	PROD.	LO 95	HI 95	VEND	LO 95	HI 95
AUG 2020	8223	6733,864	9713,71	8066	5916,1	10217,4
SEP 2020	5691	4119,06	7263,05	6658	4469,8	8847,09
OCT 2020	5458	3838,42	7077,33	5125	2934	7316,2
NOV 2020	6939	5275,89	8601,25	8857	6665	11049,2
DEC 2020	8668	6963,21	10372,54	8871	6678,8	11063,5
JAN 2021	6314	4575,60	8053,96	7090	4970,8	9211,09

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

Una vez realizado el pronóstico de la cantidad de kilogramos a producirse mensualmente, se aplica el modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12 a la cantidad de kilogramos vendidos con el objetivo de comparar y tener una idea general del proceso de producción. En la tabla 11 se presenta la cantidad de kilogramos producidos y vendidos en el periodo de agosto 2020 a enero 2021. Para el mes de agosto la producción esperada es de 8223 kg mientras el pronóstico de ventas es de 8066 kg, en septiembre se espera producir 5691 kg y el pronóstico de las ventas es de 6658 kg, para octubre uno de los meses con menor producción debido a que las ventas también son bajas, la producción esperada es de 5458 kg mientras que el pronóstico de las ventas es de 5125 kg, en el mes de noviembre la cantidad estimada a ser producida es de 6939 kg y la cantidad de ventas pronosticadas es de 8857 kg, en diciembre uno de los meses más comerciales en todo el mundo la producción esperada es de 8668 kg y las ventas pronosticadas es de 8871 kg, ya empezando un nuevo año en enero se presagia una producción de 6314 kg con un pronóstico de ventas de 7090 kg. Se concluye que las ventas pronosticadas y la producción esperada se encuentran muy

relacionadas entre sí, por lo tanto, la producción pronosticada tiene un buen comportamiento. Cabe recalcar que este pronóstico puede verse afectado por factores que no pueden ser controlados como: catástrofes, huelgas, paros, etc.

3.10 COMPARACIÓN ENTRE LA METODOLOGÍA DEMAND DRIVEN MATERIAL REQUIREMENTS PLANNING (DDMRP) VS SARIMA (1, 1, 1) (1,1,1)12

En la siguiente tabla se presentan los valores pronosticados del modelo desarrollado y los valores de la metodología que utiliza la empresa:

Tabla 12. Metodología DDMRP VS SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12

Meses	SARIMA (1,1,1) (1,1,1) 12 (kg)	Metodología DDMRP (kg)	Error
Aug 2020	8223	7972	3%
Sep 2020	5691	5567	2%
Oct 2020	5458	5683	-4%
Nov 2020	6939	6877	1%
Dic 2020	8668	8246	5%
Ene 2021	6314	6070	3%
Promedio	6882	6736	2%

Fuente: Elaborado por el autor en base a los datos de Confites El Salinerito

En la tabla 12 se observa los pronósticos del modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12 y los valores de la metodología que utiliza la empresa para establecer su producción mensual. Al realizar la comparación entre el modelo SARIMA y la metodología DDMRP se demuestra que existe una semejanza en sus valores. Para el mes de agosto el modelo construido excede en un 3% a la metodología DDMRP, en septiembre el modelo supera un 2% a la metodología, para el mes de octubre la metodología excede en un 4% al modelo construido, en noviembre el modelo sobrepasa el 1% a la metodología de la empresa, para el mes de diciembre el modelo excede en un 5% a la metodología y para el mes de enero el modelo desarrollado supera en un 3% a la metodología que utiliza la empresa para el establecimiento mensual de su producción. En el promedio general de los modelos el SARIMA excede en un 2% a la metodología DDMRP. Por lo tanto, se concluye que el modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12 sería de gran utilidad para tomar decisiones acertadas en los procesos de producción de la empresa.

4 CONCLUSIONES

En este trabajo se realizó un estudio del arte sobre la aplicación de la metodología de Box-Jenkins, dando sustento para la construcción del modelo ARIMA estacional. Esta metodología fue aplicada en la obra de Sánchez (Sánchez D. , 2018) donde logró identificar que los modelos con tendencia estacional o SARIMA pueden describir y predecir adecuadamente el comportamiento de una serie de tiempo.

Se evaluó el desempeño del modelo matemático construido mediante el test de normalidad Jarque Bera con el cual se determinó que los residuos del modelo se distribuyen de manera normal, y con el test de ruido blanco Ljung-Box se afirmó que los residuos del modelo son aleatorios y se comportan como un ruido blanco. También se realizó la validación de las predicciones mediante la comparación del pronóstico del entrenamiento con los valores reales de la serie, observándose que los resultados del pronóstico del entrenamiento exceden en un 1,61% a los valores reales, demostrando que el modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12 se ajusta adecuadamente a la tendencia de los valores de producción de la empresa y cumple con las condiciones para realizar predicciones.

Se realizó la comparación entre los resultados de predicción a través del modelo SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12 construido y el criterio establecido mediante la metodología DDMRP que viene aplicando la empresa Confites El Salinerito en el establecimiento de su producción. A partir de dicha comparación se identificó que los resultados del modelo construido exceden en el pronóstico en un 2% a la metodología DDMRP, pudiendo ser este modelo de gran ayuda para la toma de decisiones en la empresa.

Mediante la metodología de Box-Jenkins se desarrolló un modelo matemático que explica, describe y predice el comportamiento de la producción mensual de la empresa Confites El Salinerito de la provincia Bolívar. El modelo que cumplió con las pruebas de adecuación y de aleatoriedad en los residuos fue el SARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) 12, cuya ecuación de pronósticos estimada es: $\Delta \hat{Y}_t = 0,1132Y_{t-1} + 0,5549Y_{t-12} + 0,7768 \epsilon_{t-1} + 0,9999\epsilon_{t-12} + \epsilon_t$.

REFERENCIAS

- Aguirre, A. (1994). *Introducción al tratamiento de series temporales: aplicación a las ciencias de la salud*. Madrid: Ediciones Díaz de Santos.
- Alarcón, A., & Chuñir, L. (2012). *Evaluación de modelos econométricos alternativos de series de tiempo para el pronóstico de la inflación en el Ecuador en el corto plazo*. (Tesis de Economista). Universidad de Cuenca, Cuenca .
- Aldaz, J., García, J., Quiñones, & R. (2012). *Parvovirus canina en la provincia Bolívar, Ecuador. Utilidad de los modelos Box-Jenkins para su análisis y predicción*. Scielo, 34(3), 10.
- Altamirano, A. (2017). *Modelo econométrico de consumo privado para el Ecuador en el período 1990-2015*. Tesis de Ingeniería. Universidad Técnica de Ambato, Ambato.
- Angulo, J. (2016). *Modelo ARIMA para el pronóstico de la liquidez monetaria en el sistema financiero peruano*. Tesis de Ingeniería. Universidad Nacional de Trujillo, Perú.
- Arteaga, E. (2010). *construccion de un modelo econométrico para estimar las ventas mensuales de las cuatro marracas principales de bebida gaseosas de la empresa Ecuador Bottling Company Corp*. (Tesis de Ingeniería). Escuela Politécnica Nacional, Quito.
- Botero, S., & Cano, J. (2008). *Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de Colombia*. Scielo, 27(48), 14.
- Burgaentzle, F. (2016). *Pronósticos y modelo de inventarios en una empresa láctea ecuatoriana*. (Tesis de Ingeniería). Universidad San Francisco de Quito, Quito .
- Coba, L. (2017). *Pronostico de ventas de la farmaceutica Sanofi usando series temporales*. (Tesis de Ingeniería). Universidad Central del Ecuador.
- Cuyo, J. (2016). *Propuesta metodológica para el pronóstico de la demanda de agua potable en el norte de la ciudad de Quito*. (Tesis de Ingeniería). Universidad Central del Ecuador, Quito, Ecuador .
- Damián, M., & Sandoval, N. (2018). *Modelo óptimo de pronóstico del índice mensual de producción de electricidad en Perú en el periodo 2006-2015*. Tesis de Ingeniería. Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, Lambayeque.
- Fajardo, J., Romero, H., & Ramírez, M. (2018). *Un análisis de series de tiempo de laproducción de carbón en Colombia para el periodo 1995-2015*. Espacios , 39(27), 5.
- Gonzales, M. P. (2009). *Analisis de Series Temporales Modelo ARIMA*. Vasco : Eman T Zabel Zazu.
- Guerrero, M., & Medina, S. (07 de Mayo de 2016). *Modelos de series de tiempo aplicados a los expedientes de la Comisión de Derechos Humanos del Distrito Federal*. Economía Informa, 11.
- Heras, L. (2018). *Factores determinantes y proyección de exportación de pitahaya en el Ecuador, una estimación Arima y de Mínimos Cuadrados Ordinarios*. Tesis de Ingeniería. Universidad Técnica de Ambato, Ambato, Ecuador.
- Jiménez, J., Gázquez, J., & Sánchez, R. (2006). *La capacidad en los metodos de Box-Jenkisy Holt-Winters*. Revista Europea de dirección y economía , 15(3), 13.

- Laurente, L., & Quiñonez, F. (2019). Aplicación del modelo ARIMA para la producción de la papa en la región de Puno-Perú. *Revista de Investigación e Innovación Agropecuaria y de Recursos Naturales*, La Paz, 6(1), 11.
- López, D., García, N., & Herrera, J. (24 de Junio de 2015). Desarrollo de un modelo predictivo para la estimación del comportamiento de las variables en una infraestructura de red. *Scielo*, 26(5), 12.
- Martínez, G., & Chalita, L. (2011). Aplicación de la metodología Box-Jenkins para pronóstico de precios en jitomate. *Scielo*, 2(4), 11.
- Mora, S., & Sempértegui, E. (2017). Proyección a corto plazo de la demanda eléctrica de los alimentadores de distribución de la Empresa Eléctrica Regional Centro Sur C.A. (Tesis de Maestría). Universidad del Azuay, Cuenca.
- Muñoz, P., Muñoz, L., & Sánchez, T. (2019). Estudio de potencia de pruebas de normalidad usando distribuciones desconocidas con distintos niveles de no normalidad. *Perfiles*, 21(1), 8.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna* (Cuarta ed.). Madrid, España: Pearson Educación. Obtenido de https://books.google.com.ec/books?id=QK148EPC_m0C
- Pavlyshenko, B. (01 de 2019). *Machine-Learning Models for Sales Time Series Forecasting*. Instituto de Tecnología de la Sociedad, 4, 15.
- Pérez Cargua, P. F. (2017). Desarrollo de un modelo de estimación de depósitos monetarios para un banco privado. (Tesis de maestría). Universidad Andina Simón Bolívar sede Ecuador, Quito.
- Quesada, M. (2013). *Análisis de Series, modelos heterocedásticos*. (Tesis de Maestría en matemática aplicada). Universitas Granatensis, España.
- Ríos, G. (2008). Series de Tiempo. En *MODELOS SE SERIES DE TIEMPO* (pág. 52). Chile: Universidad de Chile.
- Rob, H., & Athanasopoulos, G. (2018). *Forecasting: Principales and Practice*. Australia: Texts.
- Sánchez, D. (2018). Modelo ARIMA para el pronóstico de la producción de cacao en el Perú 2012-2018. (Tesis de Ingeniería). Universidad Nacional de Trujillo.
- Sánchez, E., Barreras, A., Pérez, C., Figueroa, F., & Olivas, J. (2013). Aplicación de la metodología de Box-Jenkins para pronosticar la producción de leche de bovino en California México. *Tropical and Subtropical Agroecosystems*, 16(3), 11.
- Gómez, S. J. R., García, F. F. R., León, P. O. G.(2020). Análisis comparativo de cooperativas: dos experiencias productivas. México-Ecuador, 2014-2017. *Pro Sciences: Revista de Producción, Ciencias e Investigación*, 4(37), 35-41.
- Sánchez, L., Cabanas, G., Abad, Y., & Torres, V. (2014). Utilización de modelos ARIMA para la predicción de la producción de leche. Estudio de caso en la UBPC "Maniabo", Las Tunas. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 4(3), 7.
- Villavicencio, J. (2018). *Introducción a series de tiempo*. Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.